**Zderzenia idealnie sprężyste kul w dwóch wymiarach**

Aby rozwiązać problem zderzenia idealnie sprężystego (ze współczynnikiem resuscytacji równym jedności) w przestrzeni dwuwymiarowej, a więc na płaszczyźnie, najpierw należy rozpatrzyć je w jednym wymiarze.

**Zderzenie idealnie sprężyste w jednym wymiarze**

Dwie kule o masach , i prędkościach , poruszają się wzdłuż tej samej prostej. Gdy dochodzi do kolizji, prędkości po zderzeniu , możemy wyliczyć korzystając z zasady zachowania pędu:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Ze względu na charakter zderzenia - zderzenie idealnie sprężyste - spełniona jest również zasada zachowania energii. Może zmienić się energia kinetyczna poszczególnych obiektów, ale sumaryczna wartość układu musi być zachowana:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Aby uzyskać wartości prędkości tuż po zderzeniu, należy rozwiązać układ równań (1)-(2) względem i :

Dla :

dla

*.. doprowadzenie do wyniku dla obu prędkości końcowych (3)-(4) - prośba o wskazówkę*

Ostatecznie otrzymujemy:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Zderzenie idealnie sprężyste w dwóch wymiarach - przypadek ogólny**

W przypadku ruchu kul na płaszczyźnie, ruch musi być opisany przy pomocy wektorów przestrzeni . Mając dane wektory prędkości przed zderzeniem określone jako:

wektory po zderzeniu określamy analogicznie:

mając na uwadze ich zależność od wektorów przed zderzeniem. Celem jest obliczenie wektorów po zderzeniu.

Jednym ze sposobów rozwiązania tego problemu jest wzięcie pod uwagę punktu styku kul w momencie zderzenia oraz rozłożeniu wektorów prędkości w kierunku:

- normalnym

- oraz stycznym

do powierzchni stykających się kul.

Oznaczając współrzędne środków okręgów jako i , wektor normalny jednostkowy do okręgu pierwszego w punkcie styczności będzie miał postać:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

natomiast wektor styczny:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Zakładając, że powierzchnie obu kul są idealnie gładkie możemy wyjść z założenia, że po zderzeniu zmianie ulegną jedynie składowe prędkości normalne. Możemy więc potraktować zachowanie składowych normalnych jak w przypadku zderzenia jednowymiarowego.

Obliczenia należy rozpocząć od wykonania rzutów wektorów prędkości , na osie lokalnego układu współrzędnych wyznaczonego przez wektor normalny i styczny :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

gdzie oznacza iloczyn skalarny, a więc:

Zgodnie z założeniami, składowe styczne przed i po zderzeniu pozostaną bez zmian:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Natomiast składowe normalne zmienią się zgodnie ze wzorami (3)-(4) dla przypadku jednowymiarowego dla kierunku wyznaczonego przez wektor normalny:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Aby uzyskać wartości wektorów w pierwotnym układzie współrzędnych, prędkości należy przetransformować:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Zderzenie idealnie sprężyste w dwóch wymiarach - przypadek identycznych kul**

W przypadku zderzeń jednakowych kul, wzory (3)-(4) zostaną bardzo uproszczone ze względu tą samą wartość masy :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

a więc poszczególne składowe (8)-(11) w równaniach (12)-(13) będą wynosić odpowiednio:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Zderzenie idealnie sprężyste w dwóch wymiarach - zderzenie ze ścianą**

Z kolei w przypadku zderzenia kuli ze ścianą, korzystając ze wzorów (3)-(4) i biorąc pod uwagę, że dla kuli o małej masie i prędkości i ścianie o bardzo dużej masie pozostającej w spoczynku ():

Oznacza to, że po zderzeniu kuli ze ścianą, ściana pozostanie nadal nieruchoma (co jest raczej intuicyjne), a kula będzie poruszać się z wektorem prędkości o składowych:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Co dla przykładowego odbicia od ściany pionowej, leżącej na prawej krawędzi obszaru będzie oznaczało jedynie zmianę składowej x-owej na przeciwną.